نشریه علمی مدیریت اراضی/ جلد ۱۲ / شماره ۱ / ۱۴۰۳. ص ۴۵-۵۶
https://doi.org/10.22092/lmj.2024.364138.347

ضرورت آگاهی دانشجویان علوم خاک از اهمیت و کاربرد ریاضیات در گرایش‌های مختلف علم خاک‌شناسی

عادل ریحانی‌تبار*

استاد، گروه علوم و مهندسی خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

areyhani@tabrizu.ac.ir

دریافت: آبان ۱۴۰۲ و پذیرش: تیر ۱۴۰۳

چکیده

سؤالی که برای بسیاری از دانشجویان کشاورزی به‌ویژه علوم خاک در مقطع کارشناسی از دیرباز مطرح بوده و هست، این است که اساساً چرا باید ریاضی خواند؟ در علوم خاک به چه میزان مهارت ریاضی احتیاج است و دانشجوی این رشته چقدر باید ریاضی بداند؟ آیا در علوم خاک واقعاً از مشتق، انتگرال و یا معادلات دیفرانسیل استفاده می‌شود؟ یکی از دلایلی که ممکن است دانشجویان توجه کافی به ریاضیات نداشته باشند این است که آن‌ها ارتباط آن را با علوم خاک نمی‌دانند. در این مقاله تحلیلی سعی شده است با ارائه چندین مثال ساده کاربردی در گرایش‌های مختلف علوم خاک از جمله فیزیک خاک، بیولوژی خاک، شیمی و حاصلخیزی خاک نشان داده شود که شناخت و کاربرد فرمول‌ها و روابط ریاضی جهت تجزیه‌وتحلیل اطلاعات و نتیجه‌گیری یا پیش‌بینی انواع فرایندها در خاک ضرورت دارد. به‌عنوان مثال نشان داده می‌شود که چگونه از مشتق، انتگرال و معادلات دیفرانسیل در قالب قوانین مختلف در مطالعه انتقال آب، املاح و انرژی در خاک یا محاسبه نیاز آبی گیاه و پاسخ گیاه به کود مصرفی برای کسب بیشینه عملکرد استفاده می‌شود. به‌کارگیری نمونه مسائل ارائه‌شده و خیلی مسائل مشابه کاربردی دیگر در تدریس دروس ریاضی توسط مدرسان این دروس برای رشته‌های کشاورزی از جمله گروه علوم خاک به تقویت انگیزه و شوق دانشجویان این رشته به یادگیری بهتر ریاضیات منجر شده و پاسخ مستدل و ملموس به چرایی و ضرورت تدریس ریاضی برای دانشجویان رشته مذکور خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: انتقال املاح، دانش ریاضی، علم خاک، معادلات دیفرانسیل

* – آدرس ایمیل نویسنده مسئول: **areyhani@tabrizu.ac.ir**

نوع مقاله: مروری

مقدمه

به اعتقاد گالیله پدر علم نوین (۱۵۸۸)، کتاب طبیعت به زبان ریاضیات نگاشته شده است و هر فرایند و پدیده‌ای در جهان قابل‌بیان با روابط ریاضی است. پیدایش، تکامل و فرایندهای خاک نیز بخشی از جهان هستند که می‌توانند توسط معادلات ریاضی تبیین شوند. از طرفی خاک‌ها در اثر فرایند هوادیدگی از سنگ‌ها مشتق می‌شوند. این اشتقاق بی‌شباهت به مشتق‌گیری از معادلات دیفرانسیل در روابط ریاضی نیست و به همین دلیل قیاس بی‌جایی نیست که گفته شود اگر از خاک نسبت به زمان انتگرال بگیریم به مواد مادری می‌رسیم که تحت تأثیر اقلیم، پستی‌وبلندی، جامعه زیستی و زمان به خاک تبدیل شده‌اند. جنی[1] (۱۹۴۲) خاک‌شناس آمریکایی نقش آن‌ها را در قالب معادله حالت[2] به‌صورت $S = f(cl, o, r, p, t, \ldots)$ ارائه داد. در این معادله S نماینده حالت یا وضعیت خاک و حرف f[3] بیانگر تابع بودن است. بر اساس معادله مذکور در صورت مشخص بودن ماهیت تابع f و پنج متغیر (فاکتور خاک سازی)، می‌توان وضعیت یک خاک را از نظر تکامل مشخص کرد و یا اینکه می‌توان با تغییر دادن یک عامل و ثابت نگه‌داشتن سایر عوامل کم و کیف اثر عامل مورد نظر را روی وضعیت خاک پیش‌بینی نمود (Singer &Munns,2005).

خاک محیط متخلخل، زنده و پویای پیچیده‌ای است که گونه‌های مختلف مواد و انرژی در آن در واکنش با یکدیگر و در حال تغییر و تبدیل و نقل‌وانتقال هستند. امروزه، خاک هم به‌عنوان یک اکوسیستم و هم یک منبع ارزشمند جهانی به رسمیت شناخته‌شده است. کانی‌ها و مواد آلی خاک از مؤلفه‌های اصلی تشکیل‌دهنده این سرمایه طبیعی (خاک) هستند. در این میان جوامع میکروبی نیز با تنوع وسیع موجبات بروز طیف گسترده‌ای از تغییر و تبدیلات مواد و هوادیدگی کانی‌ها می‌شوند (Sposito,2016). فهم این فرایندها و پیش‌بینی سرعت و جهت آن‌ها تنها از طریق پی بردن به قوانین حاکم بر آن‌ها با به‌کارگیری روابط و فرمول‌های ریاضی است.

علوم خاک[4] تلفیقی از گرایش‌های گوناگون همچون شیمی خاک، فیزیک خاک، بیولوژی خاک، حاصلخیزی خاک و رده‌بندی خاک است. این شاخه‌ها برخلاف تصور عام، جدا یا مستقل از هم نیستند و همگی از پیکره زنده و پویا بنام خاک صحبت می‌کنند؛ و تنها ابزار ادغام و تلفیق اطلاعات حاصله از این محیط طبیعی ریاضیات هست. درک مفاهیم زیربنایی و فرایندهای جاری در هر کدام از گرایش‌های مذکور مباحث ساده‌ای نیستند و کاربرد آن‌ها برای مدیریت خاک و حفاظت از تخریب آن علاوه بر اطلاعات میدانی یا آزمایشگاهی نیاز به بهره‌گیری از روابط و فرمول‌های ریاضی است. به‌عبارت‌دیگر روش ساده بیان و تدریس این پدیده‌ها، استفاده از زبان ریاضیات، همراه با به‌کارگیری شیوه‌های محاسباتی با کامپیوتر است (Bybordi,1993). در بخش‌های زیر ضرورت به‌کارگیری فرمول‌ها و روابط ریاضی و شیوه محاسبات در تعدادی از مسائل به‌عنوان‌مثال در هر کدام از گرایش‌های علوم خاک نشان داده می‌شود. هدف غایی این است که نشان داده شود یکی از اساسی‌ترین ملزومات برای هر مهندس علوم خاک، تسلط لازم بر ریاضیات و به‌کارگیری آن در حل مسائل و پیش‌بینی لازم است (Coyne&Thompson,2006). البته پیشرفت فنّاوری استفاده روزافزون از برنامه‌های نرم‌افزاری و مدل‌های کامپیوتری را موجب گردیده و دامنه بهره‌گیری از آن‌ها در علوم خاک گسترده‌تر شده است که پرداختن به این مدل‌ها و نرم‌افزارها از حوصله این نوشتار خارج است ولی بدیهی است که شرط لازم استفاده از این مدل‌ها و نرم‌افزارها تسلط بر مفاهیم ریاضیات مقدماتی است.

ریاضیات و پیدایش و رده‌بندی خاک

مطالعه منشأ و فرایندهای پدوژنیک خاک‌های تشکیل‌شده بر روی انواع مواد مادری در موقعیت‌های متفاوت، گرایش پیدایش و رده‌بندی خاک را تشکیل

[1] -Jenny
[2] -State equation
[3] -Function
[4] -Soil Science

می‌دهد. نظریه‌های گوناگونی درباره منشأ و ماهیت ژنتیکی خاک‌های تکامل‌یافته بر روی انواع سنگ‌ها ارائه شده‌اند که از حوصله این مقاله خارج است. در بسیاری از آن‌ها روابط ریاضی و آماری به‌عنوان ابزار مورد استفاده توسط متخصصان بوده است. به‌عنوان مثال در اثر هوادیدگی حجم مواد مادری تغییر می‌کند (Tazikeh et al,2013). این تغییر حجم از تغییر میزان خلل و فرج و همچنین خروج عناصر محلول در اثر فرایند هوادیدگی حاصل می‌شود. بر این اساس شاخص تغییر حجم[5] (به‌عنوان شاخص هوا دیدگی) از رابطه ۱ محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_{i,w}=\left(\frac{Pp* Ci,p}{Pw* Ci,w}-1\right) \qquad (۱)$$

در این رابطه $C_{i,p}$ و $C_{i,w}$ بیانگر غلظت عنصر شاخص (غیرمتحرک) به ترتیب در مواد مادری و خاک است. همچنین p_p وρw رم مخصوص ظاهری مواد مادری و خاک هستند. اگر این شاخص مثبت باشد نشان‌دهنده رقیق شدن عنصر شاخص و اگر منفی باشد نشان‌دهنده غنی شدن آن در مواد حاصل از هوادیدگی مواد مادری است. همچنین با دانستن شاخص $\epsilon_{i,w}$ می‌توان مقدار هدر رفت یا کسب عناصر متحرک (j) در یک سیستم هوادیدگی را معین کرد. در همین راستا رابطه انتقال جرم(۲) توسط متخصصان رده‌بندی خاک بکار رفته است (رفرنس فرمول).

$$\tau_{i,w}=\frac{\rho p*Cj,p}{\rho w*Cj,w}\ (\varepsilon_{i,w}+1)-1 \qquad (۲)$$

پارامترها در رابطه ۱ تعریف شده‌اند. اگر مقدار عددی شاخص $\tau_{i,w}$ منفی باشد نشانه هدر رفت (رقت) و مقادیر مثبت نشانه غنی شدن عنصر متحرک در خاک است (Tazikeh et al,2013).

تعالی هر علم ازجمله خاکشناسی هنگامی است که جنبه کمی پیدا کند. با تلاش‌های اخیر متخصصان پیدایش و رده‌بندی خاک می‌توان امیدوار بود که این علم نیز از تنگنای توصیفی خود درآمده و با استفاده بیشتر از روابط ریاضی به مقام شایسته خود در میان علوم جدید برسد.

ریاضیات در فیزیک خاک

شاید بتوان گفت بیشترین کاربرد ریاضی در علوم خاک در بخش فیزیک خاک است. در به دست آوردن ساده‌ترین ویژگی‌ها همچون چگالی ظاهری، توزیع اندازه ذرات، اجزای پتانسیل آب در خاک تا محاسبه فرایندهای پیچیده جریان آب و گرما و یا انتقال املاح در خاک همگی مستلزم استفاده از روابط ریاضی هستند (Bybordi,1993). در بسیاری از مسائل و تمرینات درس فیزیک خاک، علاوه بر اینکه دانشجو باید مباحث مرتبط با خود این درس را بداند، برای انجام محاسبات لازم است بر درس ریاضی هم مسلط باشد. با ذکر چند مثال در زیر امید است حق مطلب ادا شود.

مثال ۱: اگر ۱۲ گرم از نمونه خاکی دارای ۶۰ درصد شن، ۳۰ درصد سیلت و ۱۰ درصد رس باشد، سطح هر بخش را محاسبه و میزان مشارکت هر بخش در سطح کل خاک را تعیین کنید. سطح ویژه ذره شن ۳۰ و سیلت ۱۵۰۰ و رس ۳۰۰۰۰۰۰ $cm^2\ g^{-1}$ فرض شود.

حل: در ابتدا جرم هر بخش محاسبه می‌شود.

12 g × 60% = 7.2 g Sand , 12 g ×10 % Clay=1.2 g Clay, 12 g ×30% Silt= 3.6 g Silt

در مرحله بعد مساحت هر بخش محاسبه می‌شود.

7.2 g Sand × 30 $cm^2\ g^{-1}$ =216 cm^2 , 3.6 g Silt ×1500 $cm^2\ g^{-1}$= 5400 cm^2,

1.2 g Clay×3000000 $cm^2\ g^{-1}$ = 3.6 ×10^6

در مرحله سوم با جمع زدن این اعداد سطح کل ذرات خاک برابر cm^2 ۳۶۰۵۶۱۶ محاسبه می‌شود. در مرحله چهارم میزان مشارکت هر بخش در سطح کل محاسبه می‌شود.

Sand: $\frac{216\ cm2}{3605616\ cm2}\times 100 = 0.006\ \%$

Silt: $\frac{5400\ cm2}{3605616\ cm2}\times 100 = 0.15\ \%$

Clay: $\frac{3600000\ cm2}{3605616\ cm2}\times 100 = 99.84\ \%$

نتیجه این است که سطح ویژه خاک‌ها با ماده آلی ناچیز عملاً توسط بخش رس خاک مشخص می‌شود و دو بخش دیگر نقش چندانی در آن ندارند.

[5] -Volume change (Pedogenic strain)

مثال ۲: نمونه خاکی در ۲۵ درجه سلسیوس دارای پتانسیل ماتریک، ψ_m ، ۶۰۰- میلی بار و پتانسیل اسمزی، ψ_{os} ، ۵۰- میلی بار است. فشار بخار واقعی هوای خاک، e ، را محاسبه کنید (Hanks &Ashcroft,1980).

حل: رابطه فشار بخار هوای خاک با پتانسیل آب یا رطوبت خاک با معادله ۳ بیان می‌شود:

$$\psi_w = \frac{RT}{V_M} ln\frac{e}{e^o} = \frac{RT}{V_m} (\ln e - \ln e^o) \qquad (۳)$$

در معادله مذکور، ψ_w پتانسیل آب خاک (بار)، R ثابت عمومی گازها (82bars cm^3/mol K)، T درجه حرارت (K)، V_M حجم مولال آب (18 cm^3/mol)، e فشار بخار هوای خاک (با هر واحدی) و e^o فشار بخار هوای اشباع در شرایط هم‌دمای هوای خاک است (با همان واحد e). از معادله ۳ داریم:

$$\Longrightarrow \frac{\psi_w V_M}{RT} = \ln e - \ln e^o \Longrightarrow \ln e = \ln e^o + \frac{\psi_w V_M}{RT}$$

$$\Rightarrow e = e^o \times \exp(\frac{\psi_w V_M}{RT}) \qquad (۴)$$

مقادیر R و V_M جلوتر ارائه شدند. ψ_w هم از رابطه زیر محاسبه می‌شود. توضیح اینکه در این رابطه ψ_w پتانسیل کل آب و ψ_m و ψ_{os} و ψ_p به ترتیب پتانسیل ماتریک، پتانسیل اسمزی و پتانسیل فشاری هستند.

$$\psi_w = \psi_p + \psi_{os} + \psi_m = 0 + (-50) + (-600) \Longrightarrow \psi_w = -650\ mbar$$

مقدار e^o در ۲۵ درجه سلسیوس برابر با ۳۱/۶۷۱ میلی بار است (Hanks &Ashcroft,1980)

$$e = 31.671\ \text{mbar} \times \exp\left(\frac{-0.65\ \text{bar} \times 18\ \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}}{82\ \text{bars}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{molK}} \times 298\ \text{K}}\right)$$

$$\Longrightarrow e = 31.671\ mbar \times \exp(-4.788 \times 10^{-4}) = 31.671\ mbar \times 0.99952 = 31.656\ mbar$$

مثال ۳: شدت جریان غیرماندگار آب به داخل لایه‌ای از خاک به ضخامت سه سانتی‌متر برابر پنج سانتی‌متر در ساعت و شدت جریان خروجی از آن سه سانتی‌متر در ساعت است. مطلوب است محاسبه مقدار تقریبی تغییر رطوبت در لایه خاک (Hanks &Ashcroft,1980).

حل: بر اساس اصل بقای جرم، آب از بین نرفته و نابود نمی‌شود. مقدار آبی که داخل خاک می‌شود یا در خاک ذخیره می‌گردد یا از آن خارج می‌شود. اصل مذکور در مورد جریان یک بعدی آب در خاک در قالب ریاضی به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\frac{\partial J_w}{\partial s} \qquad (۵)$$

θv رطوبت حجمی، t زمان، J_w شدت جریان آب و s فاصله است. علامت منفی هم برای این است که تغییر رطوبت با زمان‌بر خلاف تغییر شدت جریان با فاصله است. اگر بخواهیم به جواب تقریبی برسیم می‌توانیم با ساده‌سازی معادله ۵ فرض کنیم که تغییر رطوبت حجمی خاک در واحد زمان برابر است با خارج قسمت تفاضل شدت جریان ورودی و خروجی به فاصله مکانی (ضخامت لایه) است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\frac{\partial J_w}{\partial s} \simeq -\frac{\Delta J_w}{\Delta s} \simeq -\frac{J_w(out) - J_w(in)}{\Delta s} \simeq -\frac{3\frac{cm}{h} - 5\frac{cm}{h}}{10\ cm} = \frac{2\ \frac{cm}{h}}{10\ cm} \simeq 0.20\ h^{-1}$$

یعنی به علت بزرگ‌تر بودن شدت جریان ورودی نسبت به خروجی در یک ساعت ۲۰ درصد به رطوبت خاک در لایه سه سانتی‌متری اضافه می‌شود.

البته جواب مذکور یک برآورد تقریبی از حل ساده و تقریبی معادله دیفرانسیل جزئی (معادله ۵) است. دقت این برآورد بستگی به این دارد که شدت جریان ورودی و خروجی در چه فاصله زمانی اندازه‌گیری بشوند. هر چه فاصله زمانی کوتاه باشد برآورد تغییر رطوبت حجمی خاک در واحد زمان دقیق‌تر است. کوتاه‌ترین فاصله زمانی لحظه است اما در عمل وسیله‌ای که بتوان به کمک آن لحظه‌به‌لحظه اندازه‌گیری‌ها را انجام داد وجود ندارد. البته با انتخاب فواصل زمانی کوتاه خطای اندازه‌گیری شدت‌جریان نیز زیادتر می‌شود. لذا اندازه‌گیری‌ها بر اساس فواصل زمانی منطقی انجام می‌گیرد. توجه شود که نرخ یا

میزان تغییر رطوبت خاک با زمان متفاوت است و مقدار محاسبه‌شده در مثال فوق ($0.20\ h^{-1}$) در واقع میانگین تغییرات لحظه‌به‌لحظه رطوبت در فاصله زمانی یک ساعت است (Hanks &Ashcroft, 1980).

مثال ۴: در یک گودبرداری که برای انباشتن و دفع زباله بکار می‌رود، غلظت یون کلر که وارد جریان آب زیرزمینی می‌شود ۷۲۵ میلی‌گرم بر لیتر است و سفره آب دارای مشخصات زیر است (Bybordi,1993):

K= 3 ×10-5 m/sec,

$\bar{\nabla}\psi_h$ = 0.002 (شیب پتانسیل آبی)

n (تخلخل مؤثر) = 0.23

D*=1×10^{-9} m^2/sec

(ضریب انتشار مولکولی یون کلر در آب خاک)

مطلوب است محاسبه غلظت یون کلر یک سال پس از ورود شیرابه از زباله به آب زیرزمینی در فاصله ۱۵ متری

حل: ابتدا میانگین سرعت جریان آب (V) در منافذ خاک را از روی هدایت هیدرولیکی، شیب پتانسیل ماتریک و تخلخل مؤثر محاسبه می‌کنیم.

$$V = \frac{K\bar{\nabla}\psi_h}{n} = \frac{3 \times 10^{-5} \times 0.002}{0.23}$$

$$\Rightarrow V = 2.61 \times 10^{-7}\ \frac{m}{sec}$$

در مرحله دوم ضریب انتشار آبی (D_h) یون کلر را تعیین می‌کنیم، یعنی:

$$D_h = \alpha_L . V + D^* = 1.5 \times 2.61 \times 10^{-7} + 1 \times 10^{-9}$$

$$\Longrightarrow D_h = 3.91 \times 10^{-7}\ \frac{m^2}{s}$$

در محاسبات بالا α_L یا ضریب انتشار پذیری [6] برابر ۰/۱ طول مسیر جریان که در اینجا ۱۵ متر است در نظر گرفته می‌شود (Bybordi,1993). در مرحله سوم یک سال زمان را بر حسب ثانیه بدست می‌آوریم:

یک سال = 3.15×10^7 sec

در نهایت این یافته‌ها را در معادله کلی انتقال املاح به‌صورت روان–انتشار (CDE) یعنی رابطه ۶ قرار می‌دهیم.

$$C(x,t) = \frac{C_o}{2}\left\{erfc\left(\frac{X-\bar{\nabla}t}{2\sqrt{D_h.t}}\right) + exp\left(\frac{\bar{\nabla}X}{D_h}\right) erfc\left(\frac{X-\bar{\nabla}t}{2\sqrt{D_h.t}}\right)\right\}$$

$$\Rightarrow C = \frac{725}{2} erfc\left(\frac{15 - (2.61 \times 10^{-7} \times 3.15 \times 10^7)}{2 \times \sqrt{3.91 \times 10^{-7} \times 3.15 \times 10^7}}\right) + \left[exp\left(\frac{2.61 \times 10^{-7} \times 15}{3.91 \times 10^{-7}}\right)\right] \times erfc\left(\frac{15 + (2.61 \times 10^{-7} \times 3.15 \times 10^7)}{2 \times [\sqrt{3.91 \times 10^{-7} \times 3.15 \times 10^7}]}\right)$$

$$= 362.5\ erfc\ (0.966) + \exp(10.01) \times erfc\ (3.31) = 62\ \frac{mg}{lit}$$

(۶)

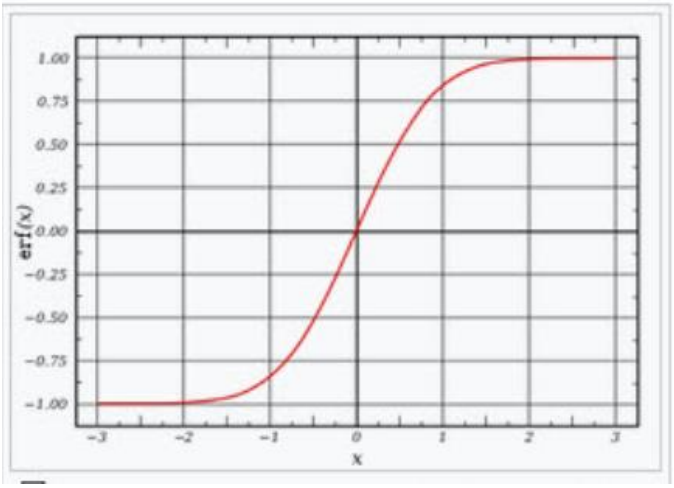
بنابراین یک سال پس از نفوذ شیرابه و پساب این زباله از کف گودال به خاک، کلر به همراه جریان آب با غلظت ۶۲ میلی‌گرم بر لیتر وارد سفره آب زیرزمینی می‌شود.

تابع خطا و متمم تابع خطای هر کمیت که به ترتیب با erf(x) و erfc(x) نشان داده می‌شود و به‌صورت زیر تعریف شده‌اند (Bybordi,1993).

در شکل ۱، نمودار تابع خطا که تقریباً بین ۱– و ۱ تغییر می‌کند نشان داده شده است.

$$\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\ \mathrm{d}t.$$

[6] -Dispersivity



شکل ۱- نمودار تابع خطا (Bybordi,1993)
Figure 1- The error function diagram (Bybordi, 1993)

همان‌طور که مشاهده گردید فیزیک خاک عمدتاً به مطالعه فرایندهای نقل‌وانتقال مواد و انرژی در خاک می‌پردازد و مفاهیم زیر بنایی آن‌ها همانا فیزیک و ریاضیات هستند که در قالب قوانین مختلف ارائه شده‌اند لذا برای تجزیه‌وتحلیل فرایندهای مذکور و پیش‌بینی‌ها اجتناب از ریاضیات غیر ممکن است.

ریاضیات و فرسایش و حفاظت خاک

هنگامی‌که خاک توسط آب یا باد از محل طبیعی خود انتقال داده می‌شود فرسایش به وقوع می‌پیوندد و حاصل آن به‌تدریج بیابان‌زایی یا گسترش بیابان و پر شدن مخزن سدها، کاهش کیفیت هوای شهرها و ده‌ها مشکل ریز و درشت است (Rafahi,1999). یکی از شیوه‌های مقابله با فرسایش بادی احداث بادشکن‌ها است که ممکن است از مواد مصنوعی یا از درختان و نباتات بلند مانند ذرت نیز تشکیل شوند. مهم‌ترین عامل موفقیت در عملکرد بادشکن‌ها انتخاب درست فاصله بین آن‌ها هست. در این راستا رابطه ۷ ارائه شده است (Rafahi,1999)

$$D=595\frac{h}{v}\cos\theta \qquad (۷)$$

در این رابطه D طول حفاظتی بادشکن بر حسب متر و h ارتفاع بادشکن بر حسب متر و v سرعت باد در ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین بر حسب کیلومتر در ساعت است. θ هم زاویه انحراف جهت باد غالب از خط عمود بر بادشکن است.

مثال ۵: فاصله بین بادشکن‌های با ارتفاع ۱۲ متر را به شرطی که سرعت باد در دوره بازگشت پنج‌ساله در ارتفاع ۱۵ متری برابر ۴۰ کیلومتر در ساعت باشد و جهت باد ۱۵ درجه از عمود به حفاظ انحراف پیدا کند را تعیین کنید.

حل: $D=595\ \frac{12}{40}\times 0.96=171\ m$

پوشش گیاهی نیز می‌تواند با ایجاد حفاظ روی خاک باعث کاهش فرسایش آبی شود و مقدار کاهش فرسایش به ارتفاع و تراکم پوشش یا آسمانه گیاه بستگی دارد. محققان برای محاسبه اثر پوشش آسمانه در کاهش فرسایش خاک معمولاً از روابط ریاضی همچون رابطه ۸ استفاده می‌کنند که در آن Fc نسبت سطح زمین پوشیده شده توسط آسمانه و H ارتفاع مؤثر آسمانه (۰/۶ ارتفاع کل آسمانه بر حسب متر) است. Cc عامل اثر آسمانه گیاه در کاهش فرسایش خاک است.

$$Cc=1-Fc[EXP(-0.34\times H] \qquad (۸)$$

مثال ۶: اثر پوشش آسمانه گیاهی در کاهش فرسایش آبی را با ارتفاع متوسط یک متر و تصویر قائم ۶۰ درصد خاک به دست آورید. با فرض اینکه قطر متوسط قطرات باران دو

میلی‌متر بوده و قطر آن‌ها پس از تجمع در روی آسمانه گیاهی افزایش نیافته باشد.

حل: $Cc=(1-0.6)[EXP(1-0.34\times0.6]=0.51$

به زبان ساده پوشش گیاهی باعث کاهش ۵۱ درصدی فرسایش آبی شده است.

البته کاربرد ریاضیات در گرایش حفاظت خاک محدود به روابط ساده ریاضی ذکر شده در این چند مثال نیست. در مدل‌های پیش‌بینی فرسایش خاک از ریاضیات پیشرفته همچون انتگرال‌های چندگانه و روابط دیفرانسیل نیز استفاده می‌شود.

ریاضیات در شیمی و بیوشیمی خاک

مثال ۶: pH محلول 0.002M (مولار) اسید HCl را محاسبه کنید (Coyne &Thompson,2006).

حل: با توجه به اینکه اسید کلریدریک اسید قوی بوده و تفکیک پروتون در آن به‌طور کامل اتفاق می‌افتد، لذا غلظت پروتون تقریباً برابر با 0.002M خواهد بود:

$pH= -\log[H^+]= -\log [0.002]= 2.7$

مثال ۷: pH محلول 10^{-8}M (مولار) اسید HCl محاسبه کنید (Sposito,2016).

حل: لگاریتم منفی غلظت 10^{-8}M برابر هشت است اما pH محلول ۸ نخواهد بود. چون یونیزاسیون آب خالص تولید پروتون با غلظت 10^{-7}M خواهد کرد. لذا داریم:

$pH = -\log(10^{-7} + 10^{-8}) =6.96$

مثال ۸: اگر یک هیدروکربن بر اساس معادله سینتیکی مرتبه صفر در خاک تجزیه شود، چقدر زمان می‌برد که ۷۵ درصد آن ناپدید شود، اگر نرخ تجزیه S_o ۰/۱ $week^{-1}$ باشد (Coyne &Thompson,2006).

حل: معادله سینتیکی مرتبه صفر به‌صورت زیر است.

$S_t = S_o - kt$ (۹)

هست و در آن S_o غلظت پیش ماده یا سوبسترا در زمان شروع و S_t غلظت همان پیش ماده در زمان t است. k هم ثابت سرعت تجزیه است. ۷۵ درصد تجزیه یعنی مقدار باقی‌مانده برابر ۲۵ درصد S_0 است با این توضیحات داریم:

$S_t = S_o - kt \Rightarrow 0.25\ S_o = S_o - (0.1\ S_o\ week^{-1})(t) \Rightarrow t = 7.5\ weeks$

مثال ۹: اگر تجزیه سوبسترا (پیش ماده) در خاک از معادله سینتیکی مرتبه اول تبعیت کند چند درصد از آن پس از هفت روز در خاک باقی می‌ماند، ثابت معادله ۰/۱۲ day^{-1} است (Coyne &Thompson,2006).

حل: معادله سینتیکی مرتبه اول به شکل نمایی به‌صورت رابطه ۱۰ و شکل خطی آن نیز به‌صورت رابطه ۱۱ است.

$S_t = S_o e^{-kt}$ (۱۰)

$\ln S_t = \ln S_o - k$ (۱۱)

اگر ٪۱۰۰ = S_o که مقدار سوبسترا در لحظه شروع است فرض کنیم و $k = 0.12\ day^{-1}$ آنگاه خواهیم داشت:

$S_t = S_o e^{-kt} \Rightarrow S_t = (100\ \%)\ e^{-(7\ days)(0.12/\ day)}$
$\Rightarrow S_t = 43\ \%$

البته اگر مسئله از طریق شکل خطی شده معادله حل شود دوباره به همان عدد خواهیم رسید:

$\ln S_t = \ln S_o - k_t \Rightarrow \ln S_t = \ln 100 - (7\ days)(0.12\ day^{-1})$
$\Rightarrow \ln S_t = 4.605 - 0.84 \Rightarrow \ln S_t = 3.765$
$\Rightarrow S_t = 43\ \%$

ریاضیات در بیولوژی خاک

در بیولوژی خاک روابط ریاضی برای محاسبه تعداد باکتری‌های رشد یافته در خاک یا محیط کشت در شرایط ایده‌آل، تعیین بیشینه نرخ رشد باکتری‌ها در محیط، تعیین ضریب عملکرد باکتری‌ها و نیز پیش‌بینی نرخ بقای ریزجانداران در محیط بکار می‌روند.

مثال ۱۰ : اگر در یک محیط کشت هشت عدد باکتری کشت شود و زمان دو برابر شدن (t_d) یک ساعت باشد، پس از ۲۴ ساعت چه تعداد باکتری خواهیم داشت؟

حل: $N_o = 8, t = 24\ h, t_d = 1\ h \Rightarrow N_t = N_o \times 2^{t/td} \Rightarrow N_t = 8 \times 2^{24/1} \Rightarrow N_t = 134217728$

مثال ۱۱ : درصورتی‌که تجزیه سلولز از معادله سینتیکی مرتبه اول با ثابت سرعت ۰/۰۸ day^{-1} تبعیت کند، اگر ۱۰۰ گرم از آن به مدت یک هفته در خاکی انکوبه شود، چقدر سلولز در خاک باقی خواهد ماند؟ همچنین میزان سلولز معدنی شده را پس از هفت روز محاسبه کنید (Coyne &Thompson,2006).

حل:

$$S_t = S_o e^{-kt} \Rightarrow S_t = (100\ g)e^{-\left(\frac{0.08}{day}\right)(7\ days)}$$
$$\Rightarrow S_t = 57\ g$$

این ۵۷ گرم میزان باقی‌مانده است، ولی معمولاً خاک‌شناسان علاقه‌مند هستند که بدانند چقدر از ماده آلی (سلولز) معدنی می‌شود تا اینکه چقدر باقی می‌ماند. سلولز معدنی (S_m) شده برابر با سلولز اولیه (S_0) منهای سلولز باقی‌مانده (S_t) است. با این توصیف مقدار S_m در هفت روز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$S_m = S_o\left(1\text{-}e^{\text{-}kt}\right) = (100\ g)\left(1\text{-}e^{-\left(\frac{0.08}{day}\right)(7\ days)}\right)$$
$$\Rightarrow S_m = 42.9\ g$$

ریاضیات در حاصلخیزی خاک و توصیه کودی

در اوایل قرن بیستم، به خواست دولت آلمان در راستای گسترش کشت گندم، یکی از محققان برجسته مرکز تحقیقات کشاورزی آن کشور بنام میچرلیخ در بیش از دو هزار مزرعه زیر کشت گندم، رابطه مقادیر کود مصرفی با عملکرد گندم را بررسی و به این نتیجه رسید که در مقادیر اولیه کود مصرفی تولید به ازای هر واحد کود مصرفی، افزایش بیشتری دارد، اما هر چه مقدار کود مصرفی افزایش می‌یابد افزایش عملکرد کمتر می‌شود. بعدها این یافته بنام قانون بازده نزولی مشهور شد. معادله قانون بازده نزولی به شکل رابطه ۱۴ تعریف می‌شود.

$$y = A\ (1 - 10^{-cx}) \qquad (۱۴)$$

و در حالت لگاریتمی به‌صورت $\log(A - y) = \log A - C\ (x)$ بیان می‌شود. در این معادله y عملکرد مورد انتظار، A حداکثر عملکرد یا محصول ممکن یا توان ژنتیکی گیاه و x میزان کود مصرفی و C نیز به ضریب میچرلیخ معروف است. یکی از اشکالات این معادله آن است که وقتی کود مصرف نشود ($x = 0$) عملکرد (y) هم صفر می‌شود، درحالی‌که در واقعیت چنین نیست. لذا همکار میچرلیخ، بری معادله اولیه را به شکل رابطه ۱۵ اصلاح کرد.

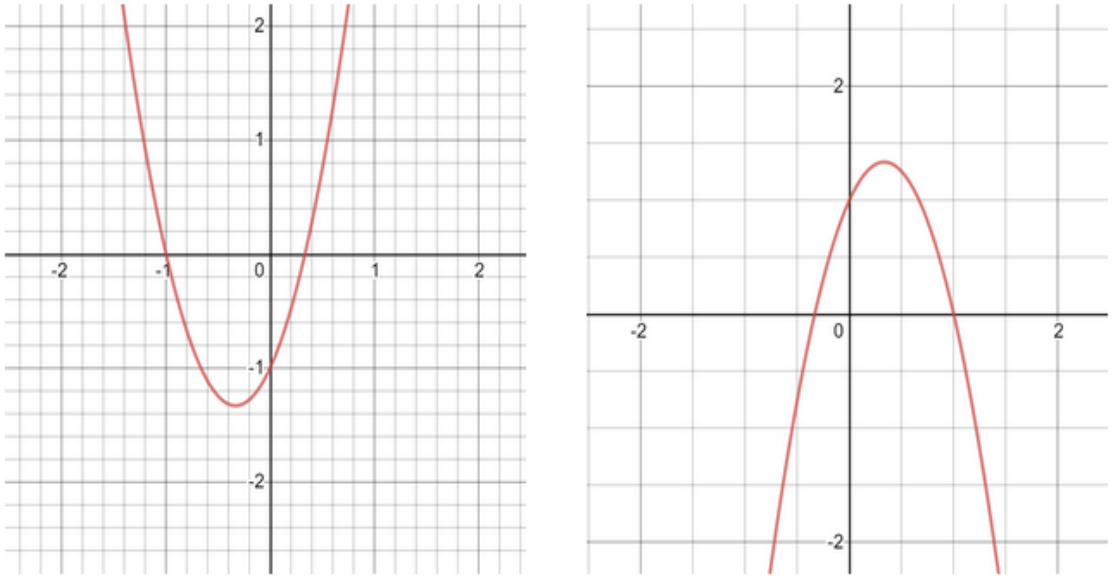
$$\log(A - y) = \log A - C_1 x - C_2 b \qquad (۱۵)$$

این معادله بنام معادله میچرلیخ-بری معروف است و b مقدار عنصر غذایی قابل استفاده خاک است. البته هنوز یکی از ایرادات اساسی این معادله یعنی عدم ورود به بحث مسمومیت عناصر پابرجا است (Havlin et al,2017). امروزه می‌دانیم که با ادامه مصرف کودها عملاً رابطه بین عملکرد و کود از معادله درجه دوم یعنی رابطه ۱۶ تبعیت می‌کند.

$$Y=ax^2+bx+c \qquad (۱۶)$$

در این معادله علامت x^2 یعنی a اگر منفی باشد معادله دارای نقطه بیشینه یا ماکزیمم و در صورت مثبت بودن دارای نقطه کمینه یا مینیمم خواهد بود (شکل ۲). در نقاط بیشینه یا کمینه شیب منحنی یا $\frac{dy}{dx}$ برابر صفر است. از این نکته برای محاسبه مقدار کود لازم (x) برای کسب بیشینه عملکرد یا بیشینه سود اقتصادی استفاده می‌شود(Malakouti et al,2006).

$$y = 3x^2 + 2x - 1 \qquad y = -3x^2 + 2x + 1$$



شکل ۲- معادله درجه دوم و نمایش نقاط کمینه و بیشینه منحنی

Figure 2- Quadratic equation and showing the minimum and maximum points of the curve

مثال ۱۲: معادله میچرلیخ- بری برای عنصر پتاسیم بر اساس K_2O در یک منطقه زراعی کالیبره شده و ضریب مربوط به عنصر پتاسیم در خاک ۰/۰۰۱ تعیین شده است. اگر حداکثر عملکرد (محصول) گندم در این منطقه شش تن بر هکتار باشد، آنگاه سطح بحرانی پتاسیم خاک را برای رسیدن به عملکرد نسبی ۹۰ درصد محاسبه کنید. در صورت لزوم جرم خاک در هکتار را سه میلیون کیلوگرم فرض کنید (Malakouti et al,2006).

حل:

$$\log(A - y) = \log A - C_1 x - C_2 b$$

$$R_y = 600 \times \frac{90}{100} \quad \text{و} \quad A = 6000\ \frac{kg}{ha} \quad \text{و} \quad C_2 = 0.001 \quad \text{و} \quad x = 0$$

$$\Rightarrow R_y = 5400\ \frac{kg}{ha} \quad \text{(عملکرد نسبی مطلوب)}$$

$$\Rightarrow \log(6000 - 5400) = \log 6000 - 0.001 \times b$$

$$\Rightarrow 2.778 = 3.778 - 0.001\, b \ \Rightarrow b = 1000\ \frac{kg\ K_2O}{ha}$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^6 \frac{kg\ Soil}{ha} \sim 1000\ kg\ K_2O$$

$$\Rightarrow 1\ kg\ Soil \qquad b = ? \qquad \Rightarrow b = 333\ \frac{mg\ K_2O}{kg\ Soil}$$

$$\text{سطح بحرانی} = b = 333 \div 1.2 = 278\ \frac{mg\ K}{kg\ Soil}$$

مثال ۱۳ : رابطه بین عملکرد (محصول) گندم با میزان نیتروژن مصرفی در یکی از مناطق ایالات‌متحده امریکا به‌صورت $Y= - 0.002x^2+0.85x+70$ به‌دست‌آمده است که در آن Y عملکرد دانه (bu/a) و x مقدار کود نیتروژن (lb/a) است. مقدار نیتروژن مورد نیاز برای حصول بیشینه (ماکزیمم) عملکرد و بیشینه سود اقتصادی را محاسبه کنید. هر پوند (lb) نیتروژن در این منطقه ۰/۴۵ دلار آمریکا ($) و هر بشکه محصول (bu) برابر ۴/۵ دلار ($) ارزش دارد (Havlin et al,2017).

حل: الف) میزان کود مصرفی (در این مثال کود نیتروژن) برای حاصل شدن ماکزیمم یا بیشینه عملکرد (Y) نقطه‌ای در منحنی عملکرد در مقابل کود مصرفی است که شیب منحنی صفر شود. با این توضیح داریم:

$$\frac{dy}{dx} = -2 \times 0.0020\, x + 0.85$$

(مشتق معادله درجه دوم) :

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -0.004x \times 0.85 = 0 \Rightarrow x = 212\ \frac{lbN}{a}$$

توجه شود که پوند انگلیسی که هنوز در آمریکا رایج بوده و در کتاب‌های معتبر حاصلخیزی خاک استفاده می‌شود برابر $\frac{kg}{2.2}$ یا ۴۵۴/۵ گرم است. همچنین ایکر (acre) برابر $\frac{1\ ha}{2.47}$ یا ۴۰۴۸ مترمربع است. اگر هر پوند بر ایکر را در ۱/۱۲ ضرب کنیم تبدیل به $\frac{kg}{ha}$ خواهد شد:

$$\frac{lb}{a} \times 1.12 = \frac{kg}{ha}$$

با این توضیحات در این مسئله برای ماکزیمم عملکرد باید $212\ \frac{lb\ N}{a} \times 1.12$ یا $237.4\ \frac{kg}{ha}$ نیتروژن مصرف شود.

محاسبه میزان نیتروژن برای سود بیشینه یا ماکزیمم

به دلیل وابستگی سود به قیمت کود و قیمت فروش محصول، کود مصرفی برای سود بیشتر برابر با کود مصرفی برای بیشترین عملکرد نیست. برای این محاسبه اولین مشتق تابع پاسخ را برابر با نسبت هزینه کود (در این مسئله نیتروژن) به روی قیمت محصول قرار می‌دهیم:

$$\frac{dy}{dx} = -0.004x + 0.85 = \frac{\$0.45 lbN}{\$4.5/bu}$$

$$\Rightarrow -0.004x + 0.85 = 0.1 \Rightarrow x = \frac{0.75}{0.004} = 188\frac{lbN}{a}$$

$$\Rightarrow 188\frac{lbN}{a} \times 1.12 = 210\frac{kgN}{ha}$$

مشاهده می‌شود که برای کسب بیشترین سود باید حدود ۲۸ کیلوگرم N بر هکتار کمتر مصرف شود و لذا همیشه بیشینه عملکرد برابر بیشینه سود حاصل از تولید محصول نیست و به قیمت کود و قیمت محصول بستگی دارد. اگر قیمت کود شیمیایی افزایش یابد اما قیمت گندم یا ذرت ثابت بماند، میزان کود مصرفی برای بیشترین کسب سود کاهش می‌یابد. در مقابل، اگر قیمت گندم یا ذرت افزایش یابد و قیمت کود ثابت بماند، مقدار کود شیمیایی مصرفی برای بیشترین کسب سود افزایش می‌یابد؛ اما اگر نسبت قیمت محصول و کود تقریباً ثابت بماند، یعنی هر دو افزایش یا کاهش یابد، تغییرات قیمت کود و محصول تأثیر خیلی کمی بر میزان کود مورد نیاز برای ماکزیمم سوددهی خواهد داشت. البته باز نوسانات شدید مقادیر کود مورد نیاز را تغییر خواهد داد.

مثال ۱۴ : شیب منحنی مربوط به معادله میچرلیخ، $y = A\ (1 - 10^{-cx})$ در مبدأ مختصات چیست؟

حل: در ریاضیات عمومی دو قانون وجود دارد که بدون توجه به آن‌ها حل این مسئله میسر نیست که این دو، قانون مشتق برای حاصل‌ضرب دو تابع و قانون مشتق برای تابع لگاریتمی است.

۱) $y=ulnU \rightarrow y' = u'\ lnU + U'/U \times U = u'lnU + U'$

۲) $y= a\hat{}u \rightarrow lny = ulna \Rightarrow y'/y = u'lna$

$$\Rightarrow \acute{y} = (\acute{u}lna)a^u$$

حال با توجه به این دو اصل داریم:

$$y=A\left(1-10^{-C_x}\right)=A-A\times 10^{-C_x} \Rightarrow \acute{y}=o-\left[-AC10^{-C_x}\right]$$

$$\Rightarrow \acute{y}=AC10^{-C_x}$$

$$y = 10^{-C_x}$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم

$$\longrightarrow logy=log10^{-C_x} \rightarrow logy=-C_x log10$$

$\xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}} \frac{\acute{y}}{y} = -C \rightarrow \acute{y} = -C_y \rightarrow \acute{y} = -C10^{-C_x}$

شیب در مبداء

$$x \rightarrow o \rightarrow \acute{y} = \left(-C10^{-C_{x_o}}\right) \times (-A) = AC$$

جواب AC است. A حداکثر توان ژنتیکی گیاه برای تولید و C ضریب معادله میچرلیخ است. شیب در مبدأ یعنی در مقادیر بسیار کم‌مصرف کود سرعت رشد گیاه تابع حاصل‌ضرب A (توان ژنتیکی) و ضریب C میچرلیخ است. مثال۱۵) در دو مزرعه A و B هر کدام پنج بار نیتروژن کل خاک ($mg\ kg^{-1}$) اندازه‌گیری و اعداد زیر به دست آمده است، آیا میانگین مقدار نیتروژن (N) در خاک مزرعه A از خاک مزرعه B متفاوت است؟

(Coyne &Thompson,2006)

Soil A: 18,16,18,15,19 Soil B: 17,17,18,14,19

حل: فرض صفر (H_0) را چنین در نظر می‌گیریم که مقدار نیتروژن در هر دو خاک برابر است. برای رد یا قبول این فرض مقدار معناداری $\acute{\alpha}$ را 0.05 در نظر می‌گیریم. ($\acute{\alpha} = 0.05$). در ابتدا اعداد، جهت محاسبه راحت پارامترهای مورد نیاز در جدول زیر سامان‌دهی می‌شوند.

Sample	Soil A		Soil B	
	X_A	X_A^2	X_B	X_B^2
1	18	324	17	289
2	16	256	17	289
3	18	324	18	324
4	15	225	14	196
5	19	361	19	361

$$\bar{X}_A = \frac{86}{5} = 17.2\ , \bar{X}_B = \frac{85}{5} = 170$$

در ادامه واریانس برای هر نمونه محاسبه می‌شود.

$$S_A^2 = \frac{\sum X_A^2 - \frac{(\sum X_A)^2}{n}}{n-1} \quad , \quad S_B^2 = \frac{\sum X_B^2 - \frac{(\sum X_B)^2}{n}}{n-1}$$

$$= \frac{1490 - (\frac{86}{5})^2}{5-1} \quad , \quad = \frac{1459 - (\frac{85}{5})^2}{5-1}$$
$$\Rightarrow S_A^2 = 2.7 \quad , \quad S_B^2 = 3.5$$

در ادامه واریانس ادغام‌شده یا مشترک[۷] محاسبه می‌شود:

$$Sp = \frac{\sqrt{(n_A-1)S_A^2 + (n_B-1)S_B^2}}{\sqrt{n_A + n_B - 2}} = \frac{\sqrt{(5-1)2.7 + (5-1)3.5}}{\sqrt{5+5-2}} = 1.76$$

$$\Rightarrow t = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{Sp\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{17.2 - 17.0}{1.76\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = 0.18$$

اگر با درجه آزادی هشت به جداول آماری مراجعه شود و با فرض ($\acute{\alpha} = 0.05$) مشاهده خواهد شد که t جدول 1.860 است.

چون 1.860 > 0.18 لذا می‌توان فرض صفر را پذیرفت و قبول کرد که مقدار N در خاک A برابر خاک B است.

[7] -pooled variance (sp)

نتیجه‌گیری

در این مقاله با ارائه چندین مسئله ساده و حل آن‌ها نشان داده شد که دانشجوی علوم خاک حین تحصیل و پس از فارغ‌التحصیلی به‌عنوان یک خاک‌شناس حرفه‌ای، جهت موفقیت در این علم باید به روابط ریاضی پایه تسلط کامل داشته باشد. نشان داده شد که جهت اندازه‌گیری و توصیف ویژگی‌های خاک و پیش‌بینی پدیده‌ها نیازمند روابط ریاضی هستیم و به‌کارگیری ریاضیات در تمام گرایش‌های علوم خاک ضرورت دارد. قدرت درک مفاهیم پایه ریاضی این است که به ما امکان می‌دهد تا در بسیاری از سامانه‌های مختلف خاک برون‌یابی کنیم و آن سامانه‌ها را با عبارات ساده ریاضی توصیف کنیم. امید از تدوین این مقاله آن است که مدرسین ریاضی دانشجویان علوم خاک، مثال‌های بیشتری از مسائل کاربردی علوم خاک را در تدریس خود بگنجانند و دانشجویان علوم خاک با انگیزه بیشتری به مهارت‌های ریاضی خود بیافزایند و ضمن اعتماد به نفس برای ادامه تحصیل و کار حرفه‌ای در خاک‌شناسی، توشه کافی از ریاضیات به همراه داشته باشند. همچنین امید است که مجریان تصمیم‌گیر در مورد دروس ارائه‌شده به دانشجویان علوم خاک موافق این عقیده باشند که علاوه بر ریاضیات عمومی، امروزه دانشجوی علوم خاک نیازمند ریاضیات پیشرفته و آشنایی با معادلات دیفرانسیل است.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از سردبیر محترم مجله جناب آقای دکتر بشارتی، اعضای محترم هیات تحریریه و کلیه داوران محترم این مقاله به دلیل ارایه نکته نظرات ارزشمند تشکر می‌کنم. از دوست و همکار ارجمندم جناب آقای دکتر محمد حسین محمدی استاد محترم دانشگاه تهران به دلیل ارایه پیشنهادات ارزشمند تشکر می‌کنم. از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه تبریز سپاسگزارم و در نهایت از کلیه مدرسان درس ریاضیات در دانشکده‌های کشاورزی به ویژه گروه علوم خاک تشکر می‌کنم.

تعارض منافع

در این مقاله تعارض منافعی وجود ندارد و این مسئله مورد تأیید نویسنده مقاله است.

References

1. Bybordi, M., 1993. Soil Physics. Tehran University Press.5nd Ed. 671p. (In Persian)
2. Coyne, M.S., and J.A. Thompson., 2006. Math for Soil Scientists, 1nd Ed. Thomson Press, Canada, 281p.
3. Havlin, J.L., Tisdale, S.L. Nelson, W.L. & Beaton, J.D., 2017. Soil Fertility and Fertilizers, *an* Introduction to Nutrient Management, 8nd Ed. Pearson India Education Services . Chennai. Delhi, 520p.
4. Malakouti, M.J., Karimian, N. & Keshavarz, P.,2006. Diagnosis and Recommendation Integrated System for Balanced Fertilization. Sixth Edition. Tarbiat Modarres UniversityPress. 6nd, 222p. (In Persian)
5. Malakouti,. M.J., 2018. Optimal Fertilizer Use Recommendations for Yield Increase and Production of Healthy Crops. 4nd Ed. Moballegan Press. 457p. (In Persian)
6. Hanks, R. J., & Ashcroft G.A., 1980. Applied Soil Physics. 2nd Ed. Springer New York, 214p.
7. Sposito, G., 2016. The Chemistry of Soils. 2nd Ed. Oxford University Press.UK, 330p.
8. Singer, M., & Munns, N.D., 2005. Soils an Introduction. 6nd Ed. Pearson Press, USA, 630p.
9. Rafahi, GH. 1999. Wind Erosion and Conservaion. 1nd Ed.Tehran University Press.320p. (In Persian)
10. Tazikeh, H., Pashaei Aval, A., Khormali, F and Ayoubi, Sh., 2013. The origin and morphology of soils formed on limestone rocks in Aq- Emam area (northeast Golestan province).Journal of Water and Soil Conservation. 20(6)1-24. (In Persian). **https://jwsc.gau.ac.ir/issue_151_305.html**